

MATHEMATICA



Vicente Costalago

Índex

<u>Li números natural</u>	<u>3</u>
<u>Potencies e radicas</u>	<u>4</u>
<u>Números integral</u>	<u>6</u>
<u>Fractiones</u>	<u>11</u>
<u>Figuras plani</u>	<u>13</u>
<u>Algebra</u>	<u>21</u>

Omni images veni de Wikimedia Commons

Li números natural

On usa li sistema de numeration decimal, quel utiliza deci cifras por expresser un quantitat: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Ti-ci sistema es positional, to es, li valor de chascun cifra depende del position quel it ocupa in li número.

Operationes con números natural

Quande in un expression apare operationes combinat con números, li órde in quel ili es fat es:

1. Operationes inter parenteses e inter crampones.
2. Potenties e radices.
3. Multiplicationes e divisiones, de levul a dextri.
4. Additiones e subtractiones, de levul a dextri.

Potentias e radicas

Un **potentie** es un forma abreviat de scrire un producte de factore egal: $a \cdot a \cdot a = a^3$

a^n es leet "a elevat a n", u a es li base del potentie e n es li exponente

Por calcular un potentie on multiplica li base tant vezes quam indica li exponente.

Exemples:

- $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
- $8^2 = 8 \cdot 8 = 64$
- $4^1 = 4$
- $7^0 = 1$ (Omni n mERE elevat a 0 es egal a 1).

Potentias de base 10

Un **potentie de base 10** es egal al unit  sequet de tant zEROS quam indica li exponente: $10^4 = 10\,000$

Operationes con potentias

- Li potentie de un producte es egal al producte de potentias del factores.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

- Li potentie de un quotiente es egal al quotiente del potentie del dividende e li divisor.

$$(a : b)^n = a^n : b^n$$

- Por multiplicar potentie con li sam base, on lassa li sam base e on summa li exponentes.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

- Por divider potentie del sam base, on lassa li sam base e on subtracte li exponentes.

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

- Por elevar un potentie ad un altri potentie, on lassa li sam base e on multiplica li exponentes.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Radica quadratic

Calcular li radica quadratic es far li operation invers de elevar al quadrate.

$$b^2 = a \leftrightarrow \sqrt{a} = b$$

$$\sqrt{81} = 9 \text{ pro que } 9^2 = 81$$

Númeres integral

Li números integral es:

- Li números natural
- Li número 0
- Li números integral negativ

Valor absolut de un número integral

Li valor absolut de un número integral es ti-ci número sin signe.

- Li valor absolut de -5 es 5 $|-5| = 5$.

On obtene li oposite de un número integral changeante li signe a ti número.

- Li oposite de -3 es 3: $op(-3) = 3$.

Representation grafic

Li números integral es representat in li linea rect numeric talmen:

1. On designa un linea rect horizontal e on marca li número 0, quel es nominat orígine.
2. On divide li linea rect in segmentos egal, de longitudine 1.
3. Li números positiv es al dextri del 0, e li negativ, al levul.



Linea rect numeric del números integral inter -9 e 9, con li números negativ in rubie e li positiv in blu.

Linea rect numeric del números integral inter -9 e 9, con li números negativ in rubie e li positiv in blu.

Talmen es ordinat li números integral. Quant plu al dextri, plu grand es li numeró, e quant plu al levul, plu litt.

Exemple: -9 es plu al levul quam +6 e -9 es minu quam +6. On scri $-9 < +6$.

On lee li signe $<$ "minu grand quam" e li signe $>$ "plu grand quam".

Operationes con números integral

Summa de números integral

- Por summar du números integral del sam signe on summa lor valores absolut e on adjunte li signe del summandes

$$+4 + 5 = +9$$

$$-4 - 5 = -9$$

- Por summar du números integral de distinct signes on lassa restar lor valores absolut e on adjunte li signe del summande del max grand valor absolut.

$$-5 + 12 = +7$$

$$-12 + 5 = -7$$

Subtraction de números integral

- Restante con du números integral on summa al unesim li oposite del duesim.

$$(+12) - (+7) = (+12) + \text{op}(+7) = (+12) + (-7) = +5$$

- Li signe minus (-) avan li parenteses changea li signes del números intra li parenteses.

$$(+12) - ((-4) + 7) = (+12) - (+3) = +9$$

Operaciones combinat de additiones e subtractiones

$$(+2) + (-1) - (+3) - (-5) + (-8)$$

1. Eliminar li parenteses.
2. Operar li números resultant.

$$+(+a) = +a$$

$$+(-a) = -a$$

$$-(+a) = -a$$

$$-(-a) = +a$$

Producte e quotiente de números integral

Por multiplicar du números integral on deve:

1. Multiplicar lor valores absolut
2. Aplicar li regul del signes:

$$+ \cdot - = -$$

$$+ \cdot + = +$$

$$- \cdot - = +$$

$$- \cdot + = -$$

Por divider du números integral on deve:

1. Calcular li quotiente de lor valores absolut.
2. Dar al resultate un signe secun li sequent regul:

$$+ : + = +$$

$$+ : - = -$$

$$- : + = -$$

$$- : - = +$$

Potentias de números integral

Por calcular li potentie de un número integral on multiplica li base per self tant vezes quam indica li exponente.

$$2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$$

Li potentias de base negativ e exponente par es números positiv: $(-5)^2 = +25$

Li potentias de base negativ e exponente ímpar es números negativ: $(-5)^3 = -125$

Operationes combinat. Hierarchie de operationes

In operationes combinat, on deve prender in conta li hierarchie de operationes:

1. On resuelve li operationes queles es intra li parentese.
2. On solue li multiplicationes e li divisiones de levul a dextri.
3. On fa li additiones e li subtractiones.

Fractiones

Un **fraction** es un expression in li forma $\frac{a}{b}$, u a e b es números natural.

Por referer a it on di "a partit de b "; a es li numerator e b es li denominator.

In occidental, li números fractionari es egal al ordinales, ma ordinarimen on vicea li unesim quar per: un tot, un demí $\frac{1}{2}$, un ters $\frac{1}{3}$, un quart $\frac{1}{4}$.

Operationes con fractiones

Addition e subtraction de fractiones con li sam denominator

Quande li fractiones in un summa o subtraction have li sam denominator, on summa (o subtrae) li numeros e on lassa li denominator comun.

$$\frac{6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

Summa e subtraction de fractiones con diferent denominator

On deve trovar li minim comun multiplica del denominator e, unvez que li fractiones have li sam denominator, on fa li operation.

$$1) \frac{5}{8} + \frac{1}{3} = x$$

$$2) \frac{15}{24} + \frac{8}{24} = x$$

$$3) \frac{23}{24} = x$$

Producte e quotiente de fractiones

Por multiplicar du fractiones, on multiplica li numeratores inter se e li denominatores inter se:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 2} = \frac{5}{8}$$

Por divider fractiones, on multiplica in forma de X, to es, li numerator del unesim por li denominator del duesim; e li denominator del unesim por li numerator del duesim:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{c \cdot b} = \frac{5}{8}$$

Figuras plani

Elementes del plane

Li max simplic element del plane es li punctu. Li punctus es nominat con lítteres majuscul: A, B, C.

It hay anc li linea rect, quel es un succession ínfinit de punctus alineat in un sam direction. Li rectes es nominat con lítteres minuscul: a, b, c.

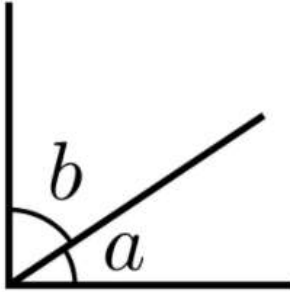
Un linea semirect es un del partes in quel li linea rect es dividet per un punctu qual pertinet a it. Li punctu es nominat orígine. On nomina li semirectes con lítteres minuscul o referent a lor orígine.: semirecte de orígine O, semirecte a, ...

Un segment es un portion de un recte contenet inter du punctus, quel es nominat extremes. Li segmentes es nominat secun lor extremes: AB o segment de extremes A, B.

Tipos de lineas rect

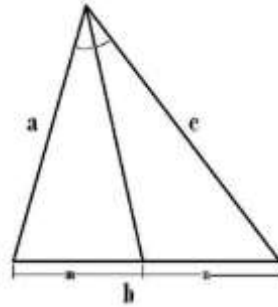
- Rectes paralel: Ili ne have un punctu in comun.
- Rectes secant: Ili have un punctu in comun.
- Rectes coincident: Omni lor punctus es comun.

Angules



Angules consecutiv.

Un angul es li region del plane limitat per du semirectes con un orígine comun. Li semirectes es nominat láteres con punctu, vertice.



Bisection de un angul

It hay tri tipos principal de angules: complet, plan (180°) e rect (90°).

Un angul acut es minu grand quam un angul rect e un angul obtus es plu grand quam un angul rect.

Du angules consecutiv es tis quel have li sam vertice e un latere comun. Li angules adjacent es angules consecutiv de queles li lateres ne comun forma un angul plan.

Li angules oposit al vertices es tis quel have have li sam vertice e li láteres de un es semirectes oposit al lateres del altri.

Li angules complementari es tis de qui li summa es un angul rect (90°).

Li angules suplementari es tis de qui li summa es un angul plan (180°).

Li bisection de un angul es li linea rect quel traversa li vertice del angul e divide it in du partes egal.

Poligones

Un linea poligonal es un coleccion de segmentes consecutiv. Chascun segmente have un extremitá comun con lu sequent.

Un poligone es un region del plane limitat per un linea poligonal cludet.

Elementes de un poligone

- Li látere es chascun del segmentes quel forma li linea poligonal quel limita it.
- Li angules limitat per du láteres consecutiv es li angules interior del poligone.
- Li angules limitat per un látere e li prolongation del látere consecutiv es li angules exterior del poligone.
- Li punctus in queles li lateres decupa es li vertices.
- Chascun segmente quel uni du vertices ne consecutiv es un diagonale.

Classification del poligones

Secun li angules, li poligones posse esser:

- Convex, si omni lor angules es convex.
- Concav, si alminu un del angules es concav.

Secun li númer de láteres, li poligones posse esser:

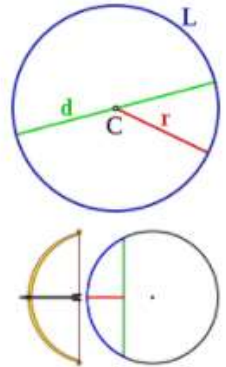
- Triangul, tri láteres.
- Quadrat, quar láteres.
- Pentagon, quin láteres.
- Hexagon, six láteres.
- Heptagon, sett láteres.
- Octogon, ott láteres.

Circumferentie e circul

Un circumferentie es un linea cludet e plan de quel li punctus es equidistant de un punctu interior nominat centre.

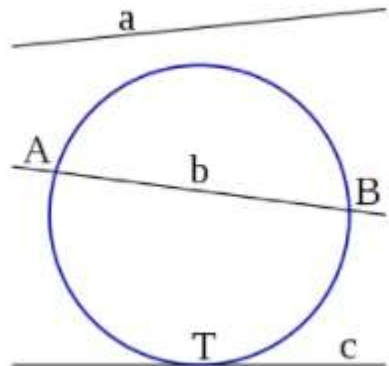
Li portion del plane limitat per un circumferentie es un circul.

- Li centre es li punctu equidistant de omni punctus del circumferentie.
- Li rádius es li punctu quel uni li centre del circumferentie con quelcunc punctu de it.
- Li diametre es chascun segmente quel uni du punctus del circumferentie passant tra li centre. It es li duplic quam li rádius.
- Un cord es un segmente quel uni du punctus del circumferentie.
- Un arc es un chascun del partes in quel li cord divide al circumferentie.



Positiones in relation al circumferentie

- Un **recte exterior** (a) es chascun recte quel ne have punctus in comun con li circumferentie.
- Un **recte secant** (b) es chascun recte quel decupa li circumferentie in du punctus
- Un **recte tangent** (c) es chascun recte quel toca li

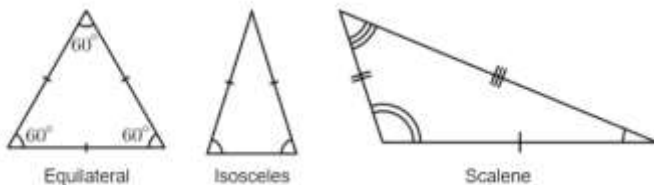


circumferentie in un unic punctu.

Triangles

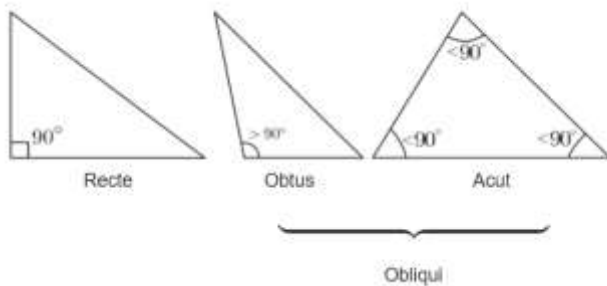
Li triangles es li poligones de tri lateres. Ili es classificat: Secun li lateres:

- Equilateral: Li tri láteres es egal.
- Isosceles: Du láteres es egal e altri ínegal.
- Scalene: Li tri láteres es ínegal.



Secun li angules:

- Acut
- Recte
- Obtus



Quadrilaterales

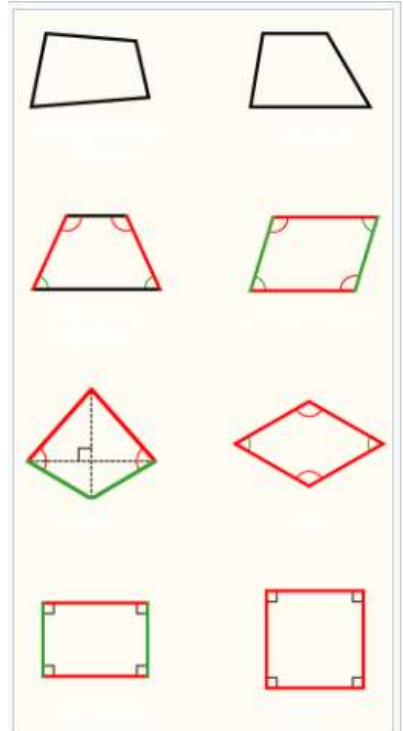
De levul a dextre e de ad supra ad infra: trapezoid, trapezie, trapezie isosceles, romboid, deltoid, rombe, rectangul, quadrat.

Un quadrilaterale es un poligon de quar láteres. It posse esser classificat, secun li angules, in concav e convex. On distingue divers tipos de quadrilaterales convex.

Li quadrilaterales convex es classificat in paralelogrammas e ínparalelogrammas.

Un paralelogramma have su láteres egal du a du. Anc su angules es egal du a du. It hay quar tipos de paralelogrammas:

- **Quadrat:** Li quar láteres e angules es egal.
- **Rectangul:** Su láteres es diferent e su quar angules es egal.
- **Rombe:** Li quar láteres es egal e li angules es diferent.
- **Romboide:** Li láteres e li angules es diferent.



De levul a dextre e de ad supra ad infra: trapezoid, trapezie, trapezie isosceles, romboid, deltoid, rombe, rectangul, quadrat.

Li quadrilateral ínparalelogrammas posse esser:

- Trapezie: It have exactmen du láteres paralel.
- Trapezoid: It ne have un pare de láteres paralel.

Algebra

Linguage algebraic

Li language algebraic fa que on posse expresser missages in queles li lítteres representa variables de valor ínconosset. It usa lítteres, números e operationes por representar un information.

Per representar alquo ínconosset, on usa comunmen li líttre x .

Per exemple:

- Li duplic del età de un person: $2x$

Li expressions quel reflecte un information mediante lítteres e números es expressions algebraic. Li número es li coeficiente e li líttre es li parte litteral.

Un expression algebraic posse esser format de un o plu summandes nominat monomies. Un addition de monomies es un polinomie.

Li addition o subtraction de monomies simil es altri monomie quel have quam coeficiente li addition o subtraction del coeficientes.

$$5x + 2x = 7x$$

Li producte de monomies es un monomie quel have por coefficiente li producte del coefficients e per parte litteral li producte del partes litteral.

$$3x^2 \cdot 5x^3 = 15x^5$$

Li quotient de monomies es un monomie quel have quam coefficiente li quotiente del coefficients e per parte litteral li quotiente del partes litteral.

$$12x^8 : 3x^5 = 4x^3$$

Equationes de unesim gradu

Un equation es un egalitá de du expressiones algebraic.

$$3x + y = 1$$

Li gradu de un equation es li max grand exponente quel apare in alcun de su ínconossenties.

$6x + 1 = 4$ es un equation de unesim gradu.

$4x^2 + 1 = 7$ es un equation de duesim gradu.

Resolution de equationes de unesim gradu

1. In un látere del signe de egalitá on agruppa li términos con ínconossentie e in li altri li termines con númere.

2. Un término quel summa passa al altri látere restant. Si it es restant, it passa al altri látere summant.
3. Un término quel multiplica passa al altri látere dividant. Si it es dividant, it passa al altri látere multiplicant.
4. On aclara li ínconossentie e trova su valor.

Si li equation have parenteses, in prim on elimina li parenteses.

$$4 \cdot (2 + x) - 2 = 15 + x$$

$$8 + 4x - 2 = 15 + x$$

$$4x - x = 15 - 8 + 2$$

$$3x = 9$$

$$x = 9/3$$

$$x = 3$$

Si li equation have denominatores, on elimina li denominatores multiplicante ambi membres per li minim comun multiplica.

$$\frac{x - 2}{3} = \frac{4 - 5}{5}.$$

$$\frac{x - 2}{3} = \frac{4 - 5}{5}.$$

$$\frac{5x - 10}{15} = \frac{12 - 15}{15}.$$

$$5x - 10 = 12 - 15.$$

$$5x - 10 = -3.$$

$$5x = -3 + 10.$$

$$5x = 7.$$

$$x = \frac{7}{5}.$$